

Problemă rezolvată - unda plană

O sursă de unde plane oscilează după legea:

$$y = 3 \cdot 10^{-1} \sin \frac{\pi}{9} t \text{ (m)}$$

Dacă viteza de propagare a undelor plane este de 2 m/s:

- Să se scrie ecuația unei plane generate de această sursă
- Să se afle diferența de fază între oscilațiile particulelor M și N aflate la distanța de 3m, respectiv 4m de sursa de oscilație.

Rezolvare:

a) Ecuația unei plane are expresia: $y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

Pentru găsi expresia particulară a unei pentru cazul nostru trebuie să determinăm: amplitudinea de oscilație a sursei, perioada oscilațiilor sursei și lungimea de undă pentru undă generată de această sursă.

Comparând legea de oscilație a sursei din problemă cu legea generală $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ obținem:

-amplitudinea oscilațiilor sursei: $A = 3 \cdot 10^{-1} \text{ m}$

- perioada oscilațiilor sursei: $\frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{9} \Rightarrow T = 18 \text{ s}$

Lungimea de undă generată se determină pornind de la relația vitezei de propagare a undei:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = v \cdot T \Rightarrow \lambda = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 18 \text{ s} = 36 \text{ m}$$

Acum avem toate informațiile și putem scrie ecuația unei plane generate:

$$y = 3 \cdot 10^{-1} \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{18} - \frac{x}{36} \right) \text{ (m)}$$

Se poate aduce la o formă mai simplă dacă simplificăm cu 2 argumentul funcției sinus:

$$y = 3 \cdot 10^{-1} \cdot \sin \pi \left(\frac{t}{9} - \frac{x}{18} \right) \text{ (m)}$$

b) Pentru a determina diferența de fază între oscilațiile punctelor M și N vom scrie legea de oscilație pentru fiecare punct (ne folosim de ecuația unei plane) și în această relație înlocuim x cu 3m, respectiv 4m.

$$y_M = 3 \cdot 10^{-1} \cdot \sin \pi \left(\frac{t}{9} - \frac{3}{18} \right) \quad \text{și} \quad y_N = 3 \cdot 10^{-1} \cdot \sin \pi \left(\frac{t}{9} - \frac{4}{18} \right)$$

Diferența de fază dintre oscilațiile celor două puncte este diferența între argumentele funcțiilor sinus.

$$\Delta\varphi = \pi \left(\frac{t}{9} - \frac{3}{18} \right) - \left(\pi \left(\frac{t}{9} - \frac{4}{18} \right) \right) = \frac{4\pi}{18} - \frac{3\pi}{18} = \frac{\pi}{18} \text{ rad}$$

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{18} \text{ rad}$$